"A matemática é o alfabeto com que Deus escreveu o mundo"
Galileu Galilei

Se precisar, utilize os valores das constantes aqui relacionadas.
Constante dos gases: $R = 8\,\mathrm{J/(mol\cdot K)}$. Pressão atmosférica ao nível do mar: $P_0 = 100\,\mathrm{kPa}$.
Massa molecular do $CO_2 = 44\,\mathrm{u}$. Calor latente do gelo: $80\,\mathrm{cal/g}$. Calor específico do gelo: $0{,}5\,\mathrm{cal/(g\cdot K)}$.
$1\,\mathrm{cal} = 4\times10^7\,\mathrm{erg}$. Aceleração da gravidade: $g = 10{,}0\,\mathrm{m/s^2}$.

Questão 01

Um fio de comprimento L e massa específica linear μ é mantido esticado por uma força F em suas extremidades. Assinale a opção com a expressão do tempo que um pulso demora para percorrê-lo.

A) $\dfrac{2LF}{\mu}$

B) $\dfrac{F}{2\pi L\mu}$

C) $L\sqrt{\dfrac{\mu}{F}}$

D) $\dfrac{L}{\pi}\sqrt{\dfrac{\mu}{F}}$

E) $\dfrac{L}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\mu}{F}}$

Resolução:

Da equação de Taylor, a velocidade de propagação de um pulso em uma corda é:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{e} \quad v = \frac{L}{\Delta t}$$

Assim: $\Delta t = \dfrac{L}{v}$

$$\Delta t = L\sqrt{\frac{\mu}{F}}$$

Alternativa C

Questão 02

Uma pequena esfera metálica, de massa m e carga positiva q, é lançada verticalmente para cima com velocidade inicial v_0 em uma região onde há um campo elétrico de módulo E, apontado para baixo, e um gravitacional de módulo g, ambos uniformes. A máxima altura que a esfera alcança é

A) $\dfrac{v^2}{2g}$.

B) $\dfrac{q^e}{mv_0}$.

C) $\dfrac{v_0}{qmE}$.

D) $\dfrac{mv_0^2}{2(qE+mg)}$.

E) $\sqrt{\dfrac{3mEqv_0}{8g}}$.

Resolução:

As duas forças constantes que existem (peso e força elétrica) sobre a pequena esfera estão orientadas para baixo:

$F_R = m \cdot a \Rightarrow P + F_{elet} = ma \Rightarrow \text{mg} + qE = ma$

$a = g + \left(\dfrac{qE}{m}\right)$, para baixo.

$V^2 = V_o^2 + 2a\Delta S$

$O^2 = V_0^2 + 2\left(-g - \dfrac{qE}{m}\right) \cdot H$

$H = \dfrac{mV_o^2}{2(\text{mg} + qE)}$

Alternativa D

Questão 03

Uma massa puntiforme é abandonada com impulso inicial desprezível do topo de um hemisfério maciço em repouso sobre uma superfície horizontal. Ao deslocar-se da superfície do hemisfério, a massa terá percorrido um ângulo θ em relação à vertical. Este experimento é realizado nas três condições seguintes, I, II e III, quando são medidos os respectivos ângulos θ_I, θ_{II} e θ_{III}:

I. O hemisfério é mantido preso à superfície horizontal e não há atrito entre a massa e o hemisfério.
II. O hemisfério é mantido preso à superfície horizontal, mas há atrito entre a massa e o hemisfério.
III. O hemisfério e a massa podem deslizar livremente pelas respectivas superfícies.

Nestas condições, pode-se afirmar que

A) $\theta_{II} < \theta_I$ e $\theta_{III} < \theta_I$.

B) $\theta_{II} < \theta_I$ e $\theta_{III} > \theta_I$.

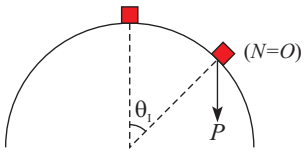
C) $\theta_{II} > \theta_I$ e $\theta_{III} < \theta_I$.

D) $\theta_{II} > \theta_I$ e $\theta_{III} > \theta_I$.

E) $\theta_I = \theta_{III}$.

Resolução:

1ª Situação:



$Fcp = \dfrac{mv^2}{R}$

$mg \cdot \cos\theta_I = \dfrac{mv^2}{R} \quad (I)$

Conservação da energia.

$mg\,h = mg(R - R\cos\theta_I) = \dfrac{mv^2}{2}$

$v^2 = 2gR(1 - \cos\theta_I) \quad (II)$

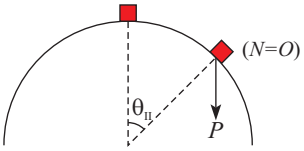
Equações (I) e (II)

$Rg\cos\theta_I = 2gR(1 - \cos\theta_I)$

$\cos\theta_I = 2 - 2\cos\theta_I$

$\cos\theta_I = 2/3$

2ª Situação:



$$Fcp = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow Rg\cos\theta_{II} = v^2 \, (III)$$

Trabalho de força de atrito.

$$\left|\tau_{fat}\right| = -\Delta Em$$

$$\tau_{fat} = -\frac{mv^2}{2} mg\,R(1-\cos\theta_{II})$$

$$\frac{mv^2}{2} = mg\,R(1-\cos\theta_{II}) - \tau_{fat}$$

$$v^2 = 2g\,R(1-\cos\theta_{II}) - \frac{2\tau_{fat}}{m} \quad (IV)$$

Equações (III) e (IV)

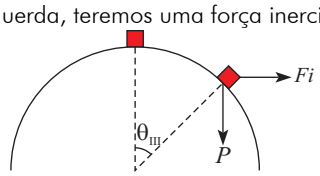
$$Rg\cos\theta_{II} = 2g\,R(1-\cos\theta_{II}) - \frac{2\tau_{fat}}{m}$$

$$\cos\theta_{II} + 2\cos\theta_{II} = 2 - \frac{2\tau_{fat}}{Rgm}$$

$$\cos\theta_{II} = \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\frac{\tau_{fat}}{Rgm}$$

Como $\cos\theta_{II} < \cos\theta_I \Rightarrow \theta_{II} > \theta_I$

Para analisar a separação dos dois corpos, vamos considerar o referencial no hemisférico.
Como se trata de um referencial acelerado para a esquerda, teremos uma força inercial para a direita na massa puntiforme.



$$F_{cp} = mg\cos\theta_{III} - F_i \cdot \operatorname{sen}\theta_{III}$$

$$\frac{mv^2}{R} = mg\cos\theta_{III} - F_i \operatorname{sen}\theta_{III} \quad (V)$$

Conservação da energia

$$mgR(1-\cos\theta_{III}) + \tau_{Fi} = \frac{mv^2}{2} \quad (VI)$$

Equações (V) e (VI).

$$2gR(1-\cos\theta_{III}) + \frac{2}{m}\tau_{Fi} = Rg\cos\theta_{III} - F_i R\frac{\operatorname{sen}\theta_{III}}{m}$$

$$2gR + \frac{2}{m}\tau_{Fi} + F_i\frac{R\operatorname{sen}\theta_{III}}{m} = 3Rg\cos\theta_{III}$$

$$\cos\theta_{III} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3}\frac{\tau_{Fi}}{Rgm} + \frac{F_i \operatorname{sen}\theta}{3gm}$$

Como: $0 < \theta_{III} < 90° \Rightarrow \operatorname{sen}\theta_{III} > 0$

Logo: $\cos\theta_{III} > \cos\theta_I \Rightarrow \theta_I > \theta_{III}$

Alternativa C

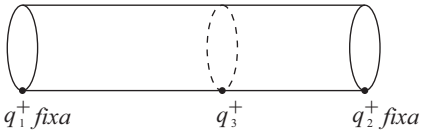
Questão 04

Considere um tubo horizontal cilíndrico de comprimento ℓ, no interior do qual encontram-se respectivamente fixadas em cada extremidade de sua geratriz inferior as cargas q_1 e q_2, positivamente carregadas. Nessa mesma geratriz, numa posição entre as cargas, encontra-se uma pequena esfera em condição de equilíbrio, também positivamente carregada. Assinale a opção com as respostas corretas na ordem das seguintes perguntas:

I. Essa posição de equilíbrio é estável?
II. Essa posição de equilíbrio seria estável se não houvesse o tubo?
III. Se a esfera fosse negativamente carregada e não houvesse o tubo, ela estaria em equilíbrio estável?

A) Não. Sim. Não.
B) Não. Sim. Sim.
C) Sim. Não. Não.
D) Sim. Não. Sim.
E) Sim. Sim. Não.

Resolução:



I. Sim, qualquer deslocamento na direção da reta que contém as cargas resultará numa aceleração de q_3 apontando para sua posição inicial. Se o deslocamento for ao longo do plano transversal à esta direção, a força peso a fará oscilar em torno da posição inicial.
II. Não. Deslocamentos perpendiculares à direção da reta que contém as cargas provocariam uma aceleração que a afastaria da posição de equilíbrio inicial.
III. Não. Deslocamentos na direção da reta que contém as cargas provocariam uma aceleração que a afastaria da posição inicial.

Alternativa C

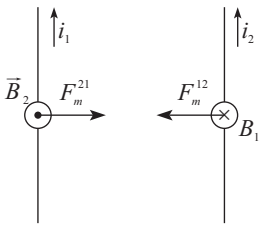
Questão 05

Considere as seguintes proposições sobre campos magnéticos:
I. Em um ponto P no espaço, a intensidade do campo magnético produzido por uma carga puntiforme q que se movimenta com velocidade constante ao longo de uma reta só depende da distância entre P e a reta.
II. Ao se aproximar um ímã de uma porção de limalha de ferro, esta se movimenta porque o campo magnético do imã realiza trabalho sobre ela.
III. Dois fios paralelos por onde passam correntes uniformes num mesmo sentido se atraem.

Então,
A) apenas I é correta.
B) apenas II é correta.
C) apenas III é correta.
D) todas são corretas.
E) todas são erradas.

Resolução:

I - Se na linha reta houvesse um fio infinito percorrido por corrente elétrica, fluxo constante de carga, o campo só dependeria da distância do ponto P ao fio, mas como temos uma única carga q em movimento, se campo magnético varia no tempo e no espaço é falso.
II - Quem realiza trabalho é a força magnética e não o campo magnético, portanto é falso.
III - Usando a regra da mão direita para identificar o sentido do campo criado por um fio no outro e a regra do tapa para identificar a força magnética, verificamos que estas forças são de atração, portanto é verdadeiro.



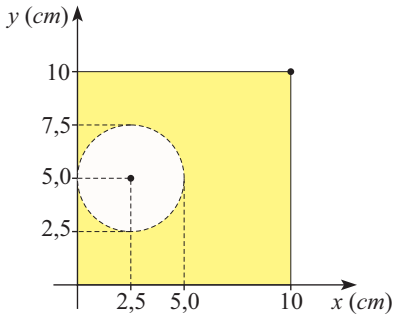
Alternativa C

Questão 06

Uma chapa metálica homogênea quadrada de $100\ \text{cm}^2$ de área, situada no plano xy de um sistema de referência, com um dos lados no eixo x, tem o vértice inferior esquerdo na origem. Dela, retira-se uma porção circular de $5{,}00\ \text{cm}$ de diâmetro com o centro posicionado em $x = 2{,}50\,\text{cm}$ e $y = 5{,}00\,\text{cm}$. Determine as coordenadas do centro de massa da chapa restante.

A) $(x_c, y_c) = (6{,}51,\ \ 5{,}00)\,\text{cm}$
B) $(x_c, y_c) = (5{,}61,\ \ 5{,}00)\,\text{cm}$
C) $(x_c, y_c) = (5{,}00,\ \ 5{,}61)\,\text{cm}$
D) $(x_c, y_c) = (5{,}00,\ \ 6{,}51)\,\text{cm}$
E) $(x_c, y_c) = (5{,}00,\ \ 5{,}00)\,\text{cm}$

Resolução:



CM da chapa quadrada: $CM_{chapa} = (5{,}0,\ 5{,}0)\text{cm}$

CM da porção circular: $CM_{\text{porção}} = (2{,}5,\ 5{,}0)\text{cm}$

Considerando-se que a chapa e a porção são do mesmo material, então apresentam a mesma densidade superficial de massa (σ). Logo:

$$\sigma_{\text{chapa}} = \sigma_{\text{porção}}$$

$$\frac{M_{\text{chapa}}}{A_{\text{chapa}}} = \frac{M_{\text{porção}}}{A_{\text{porção}}}$$

$$A_{\text{chapa}}' = A_{\text{chapa}} - A_{\text{porção}}$$

$$A_{\text{chapa}}' = 100 - \pi \cdot (2{,}5)^2 = 80{,}365\,\text{cm}^2$$

$$x_{CM_{\text{chapa}}} = \frac{A_{\text{porção}} \cdot x_{CM_{\text{porção}}} + A_{\text{chapa}}' \cdot x_C}{A_{\text{total}}}$$

$$5{,}0 = \frac{\pi \cdot 6{,}25 \cdot 2{,}5 + 80{,}365 \cdot x_C}{100}$$

$$500 - 49{,}088 = 80{,}365 x_C$$

$$x_C = 5{,}61\,\text{cm}$$

$$y_{CM_{\text{chapa}}} = \frac{A_{\text{porção}} \cdot y_{CM_{\text{porção}}} + A_{\text{chapa}}' - y_C}{A_{\text{total}}}$$

$$5{,}0 = \frac{\pi \cdot 6{,}25 \cdot 5 + 80{,}365 \cdot y_C}{100}$$

$$500 - 98{,}175 = 80{,}365 \cdot y_C$$

$$401{,}825 = 80{,}365 \cdot y_C$$

$$y_C = 5{,}00\,\text{cm}$$

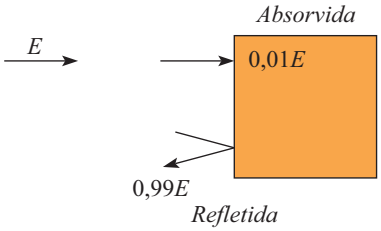
Alternativa B

Questão 07

No espaço sideral, luz incide perpendicular e uniformemente numa placa de gelo inicialmente a -10°C e em repouso, sendo 99% refletida e 1% absorvida. O gelo então derrete pelo aquecimento, permanecendo a água aderida à placa. Determine a velocidade desta após a fusão de 10% do gelo.

A) $3\,\text{mm/s}$.
B) $3\,\text{cm/s}$.
C) $3\,\text{dm/s}$.
D) $3\,\text{m/s}$.
E) $3\,\text{dam/s}$.

Resolução:



Cada fóton apresenta um momento linear $p = \frac{E_{\text{fóton}}}{c}$ assim, cada fóton refletido transmite um momento $2p$ ao bloco, enquanto os absorvidos transmitem momentos p ao bloco. O momento total P_{total} transferido ao bloco produz a variação na quantidade de movimento da mesma.

$$P_{total} = 2 \times 0,99\frac{E}{C} + 1 \cdot 0,01\frac{E}{C} = m \cdot v \qquad (i)$$

Mas a energia absorvida é suficiente para aquecer o gelo de -10°C até 0°C e fundir parte do gelo.

$$0,01E = 0,1m \cdot L + m \cdot c \cdot \Delta T$$
$$0,01E = 0,1m \cdot 320 \cdot 10^3 + m \cdot 2 \cdot 10^3 \left(0 - (-10)\right)$$
$$0,01E = 52 \cdot 10^3 m \Rightarrow m = \frac{E}{52 \cdot 10^5} \qquad (ii)$$

Substituindo (ii) em (i), temos:

$$\frac{1,99E}{3 \cdot 10^8} = \frac{E}{52 \cdot 10^5} \cdot v$$
$$v = \frac{1,99 \cdot 52 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^8} = 0,0345\,\text{m/s}$$
$$v = 3,4\,\text{cm/s}$$

Alternativa B

Questão 08

Um bloco cônico de massa M apoiado pela base numa superfície horizontal tem altura h e raio da base R. Havendo atrito suficiente na superfície da base de apoio, o cone pode ser tombado por uma força horizontal aplicada no vértice. O valor mínimo F dessa força pode ser obtido pela razão h/R dada pela opção

A) $\frac{Mg}{F}$.

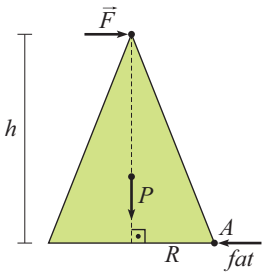
B) $\frac{F}{Mg}$.

C) $\frac{Mg + F}{Mg}$.

D) $\frac{Mg + F}{F}$.

E) $\frac{Mg + F}{2Mg}$.

Resolução:



Legenda:

M_{F_A} (momento da força F em relação ao ponto A).

M_{P_A} (momento da força peso P em relação ao ponto A).

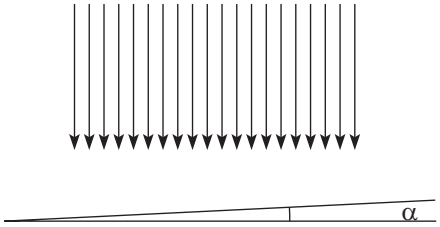
Na iminência de haver tombamento:

$$M_{F_A} = M_{P_A}$$
$$F \cdot h = Mg - R$$
$$\frac{h}{R} = \frac{Mg}{F}$$

Alternativa A

Questão 09

Luz, que pode ser decomposta em componentes de comprimento de onda com 480 nm e 600 nm, incide verticalmente em uma cunha de vidro com ângulo de abertura $\alpha = 3{,}00^{\circ}$ e índice de refração de 1,50, conforme a figura, formando linhas de interferência destrutivas. Qual é a distância entre essas linhas?

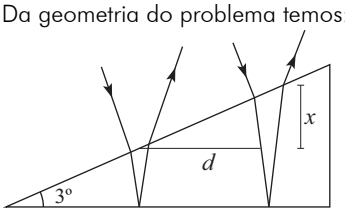


A) 11,5 μm
B) 12,8 μm
C) 16,0 μm
D) 22,9 μm
E) 32,0 μm

Resolução:

Para que ocorra interferência destrutiva em um dado ponto, deve haver simultaneamente interferência destrutiva da luz nos dois comprimentos de onda dados (λ_1, λ_2)

Da geometria do problema temos:



(OBS: para ângulos pequenos)
$\text{tg}\,\theta = \theta(\text{rad})$

$$\text{tg}\,3^{\circ} = \frac{x}{d}$$
$$\pi/60 = x/d$$
$$d = 20x$$

Interferência destrutiva

$\Delta = 2x = (m + 1/2)\cdot\lambda'$ {Em que $\lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$

para duas linhas consecutivas temos:

$$\Delta = 2x = \lambda/n \quad \Rightarrow x = \frac{\lambda}{2n}$$

- Para $\lambda_1 = 480\,nm$

$$d_1 = 20x_1 = 20\frac{\lambda_1}{2n} = \frac{20\cdot 480}{2\cdot 1{,}5} \Rightarrow d_1 = 3.200\,nm$$

- Para $\lambda_2 = 600\,nm$

$$d_2 = 20x_2 = \frac{20\lambda_2}{2n} = \frac{20\cdot 600}{2\cdot 1{,}5} \Rightarrow d_2 = 4000\,nm$$

como os pontos devem coincidir:

$$d = MMC(d_1, d_2)$$
$$d = 16.000\,nm$$
$$d = 16\,\mu m$$

Alternativa C

Questão 10

Um tubo em forma de U de seção transversal uniforme, parcialmente cheio até uma altura h com um determinado líquido, é posto num veículo que viaja com aceleração horizontal, o que resulta numa diferença de altura z do líquido entre os braços do tubo interdistantes de um comprimento L. Sendo desprezível o diâmetro do tubo em relação à L, a aceleração do veículo é dada por

A) $\frac{2zg}{L}$.

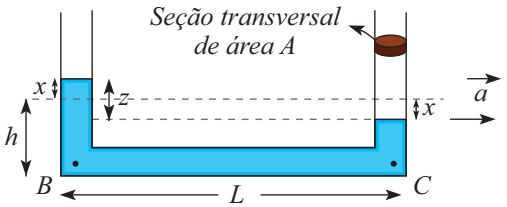
B) $\frac{(h-z)g}{L}$.

C) $\frac{(h+z)g}{L}$.

D) $\frac{2gh}{L}$.

E) $\frac{zg}{L}$.

Resolução:



Percebemos que o desnível $z = 2x$

Massa de líquido do trecho horizontal de comprimento $L = d \cdot V_{\text{total}} = dAL$

Embora os pontos B e C estejam no mesmo líquido e no mesmo nível, haverá uma diferença de pressão entre eles devido à aceleração $\vec{a}$ do tubo.

Pressão em $C = P_{\text{atm}} + d \cdot g \cdot (h - x)$

Pressão em $B = P_{\text{atm}} + dg(h + x)$

$$P_B - P_C = dg \cdot 2x$$
$$P_B - P_C = dgz$$

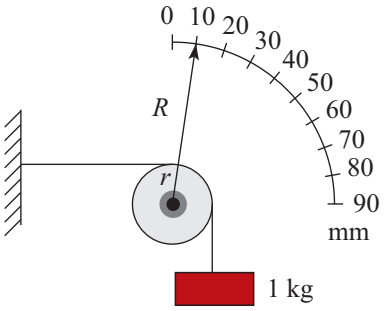
Esta diferença de pressão vai produzir uma força horizontal que acelerará a porção horizontal do líquido.

$$F_R = m \cdot a$$
$$(P_B - P_C) \cdot A = dAL \cdot a$$
$$dgz = dLa$$
$$a = \frac{gz}{L}$$

Alternativa E

Questão 11

A figura mostra um dispositivo para medir o módulo de elasticidade (módulo de Young) de um fio metálico. Ele é definido como a razão entre a força por unidade de área da seção transversal do fio necessária para esticá-lo e o resultante alongamento deste por unidade de seu comprimento. Neste particular experimento, um fio homogêneo de 1,0 m de comprimento e 0,2 mm de diâmetro, fixado numa extremidade, é disposto horizontalmente e preso pela outra ponta ao topo de um polia de raio r. Um outro fio preso neste mesmo ponto, envolvendo parte da polia, sustenta uma massa de 1 kg. Solidário ao eixo da polia, um ponteiro de raio $R = 10r$ acusa uma leitura de 10 mm na escala semicircular iniciada em zero. Nestas condições, o módulo de elasticidade do fio é de



A) $\frac{10^{12}}{\pi}\,\mathrm{N/m^2}$

B) $\frac{10^{12}}{2\pi}\,\mathrm{N/m^2}$

C) $\frac{10^{12}}{3\pi}\,\mathrm{N/m^2}$

D) $\frac{10^{12}}{4\pi}\,\mathrm{N/m^2}$

E) $\frac{10^{12}}{8\pi}\,\mathrm{N/m^2}$

Resolução:

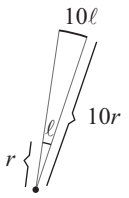
Pelo enunciado, o módulo de elasticidade (Young) é definido por:

$$E = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L_0}}$$

Onde:

$$F = P = m \cdot g = 1 \cdot 10 = 10N$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \pi \cdot 10^{-8}\,\mathrm{m}^2$$



$$10\ell = 10\,\mathrm{mm}$$

$$\ell = 1\,\mathrm{mm} = 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

O comprimento descrito pelo topo da polia é a elongação do comprimento do fio: $\Delta L = 10^{-3}\,\mathrm{m}$

$$E = \frac{\frac{10}{\pi \cdot 10^{-8}}\frac{N}{\mathrm{m}^2}}{\frac{10^{-3}}{1}\frac{m}{m}}$$

$$E = \frac{10^{12}}{\pi}\frac{N}{\mathrm{m}^2}$$

Alternativa A

Questão 12

Assinale a alternativa **incorreta** dentre as seguintes proposições a respeito de campo gravitacionais de corpos homogêneos de diferentes formatos geométricos:

A) Num cubo, a linha de ação do campo gravitacional num dos vértices tem a direção da diagonal principal que parte desse vértice.

B) Numa chapa quadrada de lado ℓ e vazada no centro por um orifício circular de raio $a < \ell/2$, em qualquer ponto dos seus eixos de simetria a linha de ação do campo gravitacional é normal ao plano da chapa.

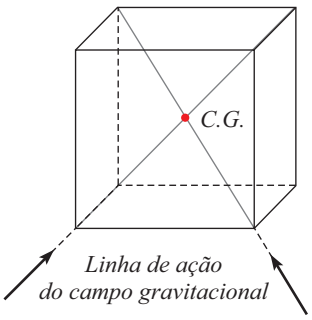
C) Num corpo hemisférico, há pontos em que as linhas de ação do campo gravitacional passam pelo centro da sua base circular e outros pontos em que isto não acontece.

D) Num toro, há pontos em que o campo gravitacional é não nulo e normal à sua superfície.

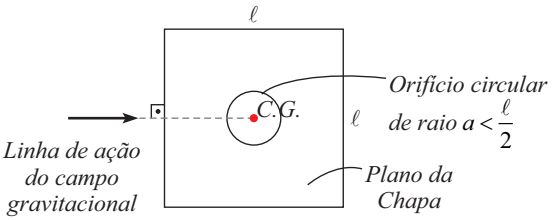
E) Num tetraedro regular, a linha de ação do campo gravitacional em qualquer vértice é normal à face oposta ao mesmo.

Resolução:

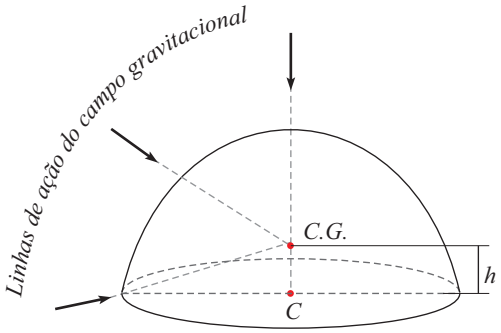
A) Correta



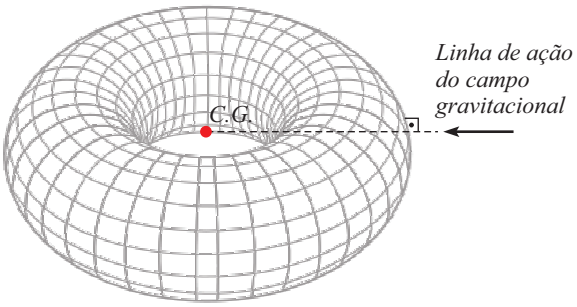
B) Incorreta



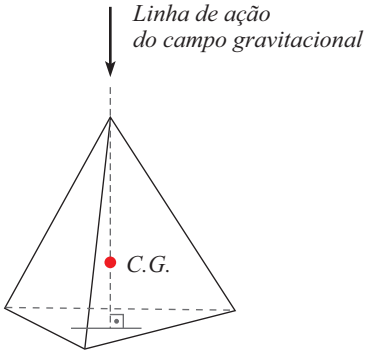
C) Correta



D) Correta



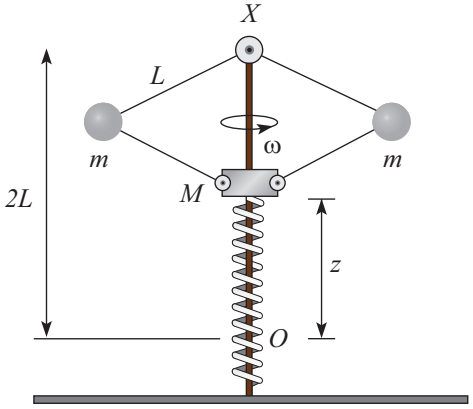
E) Correta



Alternativa B

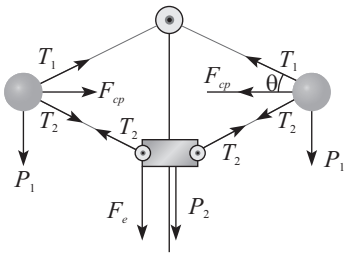
Questão 13

Na figura, o eixo vertical giratório imprime uma velocidade angular $\omega = 10\,\text{rad/s}$ ao sistema composto por quatro barras iguais, de comprimento $L = 1\,\text{m}$ e massa desprezível, graças a uma dupla articulação na posição fixa X. Por sua vez, as barras de baixo são articuladas na massa M de 2 kg que, através de um furo central, pode deslizar sem atrito ao longo do eixo e estivar uma mola de constante elástica $k = 100\,\text{N/m}$, a partir da posição O da extremidade superior da mola em repouso, a dois metros abaixo de X. O sistema completa-se com duas massas iguais de $m = 1\,\text{kg}$ cada uma, articuladas às barras. Sendo desprezíveis as dimensões das massas, então, a mola distender-se-á de uma altura z acima de O dada por



A) 0,2 m
B) 0,5 m
C) 0,6 m
D) 0,7 m
E) 0,9 m

Resolução:



$$\text{sen}\,\theta = \frac{\frac{2L - z}{2}}{L}$$

$$\text{sen}\,\theta = 1 - (z/2)$$

Análise das forças para a massa m:

$$\begin{cases} \text{Em } x: T_1 \cdot \cos\theta + T_2 \cdot \cos\theta = F_{cp} & \text{(I)} \quad \text{(Força centrípeta)} \\ \text{Em } y: T_1 \cdot \text{sen}\,\theta = T_2 \cdot \text{sen}\,\theta + P_1 & \text{(II)} \end{cases}$$

(I) $T_1 \cos\theta + T_2 \cos\theta = m\omega^2 \cdot L \cdot \cos\theta$

$$T_1 + T_2 = m\omega^2 L = 1 \cdot 10^2 \cdot 1 = 100$$

$$T_1 + T_2 = 100\,\text{N}$$

(II) $T_1 \cdot \text{sen}\,\theta = T_2 \cdot \text{sen}\,\theta + 10$

$$(100 - T_2)(1 - z/2) = T_2(1 - z/2) + 10$$

$$100 - 50z - T_2 + T_2 \cdot z/2 = T_2 - T_2 \cdot z/2 + 10$$

$$T_2 = \frac{50z - 90}{z - 2}$$

Equilíbrio de M:

$$2T_2\,\text{sen}\,\theta = P_2 + Fe$$

$$2 \cdot \left(\frac{50z - 90}{(z - 2)}\right) \cdot (1 - z/2) = 20 + 100 \cdot z$$

$$2\left(\frac{90-50z}{2-z}\right)\left(\frac{2-z}{2}\right)=20+100z$$
$$90-50z=20+100z$$
$$150z=70$$
$$z=0,47$$
$$z=0,5\,\text{m}$$

Alternativa B

Questão 14

Considere as quatro proposições seguintes:

I. Os isótopos ^{16}O e ^{18}O do oxigênio diferenciam-se por dois nêutrons.

II. Sendo de 24000 anos a meia-vida do ^{239}Pu; sua massa de 600 g reduzir-se-á a 200 g após 72000 anos.

III. Um núcleo de ^{27}Mg se transmuta em ^{28}Al pela emissão de uma partícula β.

IV. Um fóton de luz vermelha incide sobre uma placa metálica causando a emissão de um elétron. Se esse fóton fosse de luz azul, provavelmente ocorreria a emissão de dois ou mais elétrons.

Então,

A) apenas uma das proposições é correta.
B) apenas duas das proposições são corretas.
C) apenas três das proposições são corretas.
D) todas elas são corretas.
E) nenhuma delas é correta.

Resolução:

I. Correta. Os isótopos ^{16}O e ^{18}O possuem mesmo número de prótons e diferença de dois nêutrons entre si.

II. $x=\frac{\Delta t}{T}=\frac{72000\,\text{anos}}{24000\,\text{anos}}=3$ ciclos de meia-vida

$$m=\frac{m_O}{2^x}$$
$$m=\frac{600}{2^3}=\frac{600}{8}=75\,\text{g}$$. Incorreta.

III. Incorreta. A emissão de uma partícula β não altera o número de massa.

IV. Incorreta. Se o fóton fosse de luz azul (mais energético), haveria a emissão de um elétron com maior energia cinética.

Alternativa A

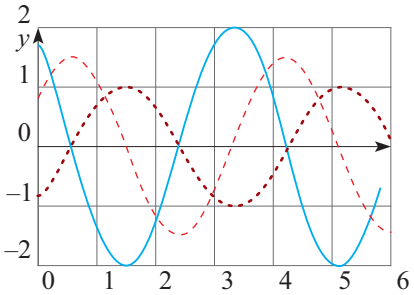
Questão 15

Na figura, as linhas cheia, tracejada e pontilhadas representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.

II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.

III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.



A) Apenas I é correta.
B) Apenas II é correta.
C) Apenas III é correta.
D) Todas são incorretas.
E) Não há informação suficiente para análise.

Resolução:
Considere as seguintes equações do MHS:

$$\begin{cases} x = A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0) \\ v = -A \cdot \omega \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0) \\ a = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0) \end{cases} \qquad a = -\omega^2 x$$

Observando as equações, concluímos que o gráfico de aceleração será igual ao gráfico de posição multiplicado por uma constante negativa.

Desta forma, os gráficos que satisfazem essa condição são o pontilhado e o contínuo, o que nos permite afirmar que o gráfico tracejado é o de velocidade.

Com base nisso verificamos que todos os itens estão incorretos.

Alternativa D

Questão 16

Numa expansão muito lenta, o trabalho efetuado por um gás num processo adiabático é

$$W_{12} = \frac{P_1 V_1^{\gamma}}{1-\gamma}\left(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}\right),$$

em que P, V, T são, respectivamente, a pressão, o volume e a temperatura do gás, e γ uma constante, sendo os subscritos 1 e 2 representativos, respectivamente, do estado inicial e final do sistema. Lembrando que PV^{γ} é constante no processo adiabático, esta fórmula pode; ser reescrita deste modo:

A) $\dfrac{P_1\left[V_1 - V_2\left(T_2/T_1\right)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{\ln\left(T_2/T_1\right)/\ln\left(V_1/V_2\right)}$

B) $\dfrac{P_2\left[V_1 - V_2\left(T_2/T_1\right)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{\ln\left(T_2/T_1\right)/\ln\left(V_2/V_1\right)}$

C) $\dfrac{P_2\left[V_1 - V_2\left(T_2/T_1\right)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{\ln\left(T_2/T_1\right)/\ln\left(V_1/V_2\right)}$

D) $\dfrac{P_1\left[V_1 - V_2\left(T_2/T_1\right)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{\ln\left(T_2/T_1\right)/\ln\left(V_2/V_1\right)}$

E) $\dfrac{P_2\left[V_1 - V_2\left(T_2/T_1\right)^{\gamma/(\gamma-1)}\right]}{\ln\left(T_1/T_2\right)/\ln\left(V_2/V_1\right)}$

Resolução:

Desenvolvendo-se a expressão:

$$W_{12} = \frac{P_1 V_1^{\gamma} \cdot \left(V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma}\right)}{1-\gamma}$$

$$W_{12} = \frac{P_2 V_2^{\gamma} \cdot V_2^{1-\gamma} - P_1 V_1^{\gamma} \cdot V_1^{1-\gamma}}{1-\gamma}$$

$$W_{12} = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{1-\gamma}$$

Para o numerador:

$$P_2 V_2 - P_1 V_1$$

$$\frac{P_1 V_1^{\gamma}}{V_2^{\gamma}} \cdot V_2 - P_1 V_1$$

$$P_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} V_2 - P_1 V_1$$

Se $V_1^{\gamma-1} \cdot T_1 = V_2^{\gamma-1} \cdot T_2$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Então:

$$P_1\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} V_2 - P_1V_1$$

$$P_1\left[V_2\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - V_1\right]$$

Para o denominador:

$$\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$\gamma \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = \frac{\gamma}{\gamma-1}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\gamma - 1 = \frac{\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)}$$

Logo:

$$W_{12} = \frac{P_1\left[V_1 - V_2\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right]}{\ln(T_2/T_1)/\ln(V_1/V_2)}$$

Alternativa A

Questão 17

Assinale a alternativa que expressa o trabalho necessário para colocar cada uma de quatro cargas elétricas iguais, q, nos vértices de um retângulo de altura a e base $2a\sqrt{2}$. sendo $k = 1/4\pi\in_0$, em que $\in_0$ é a permissividade elétrica do vácuo.

A) $\dfrac{k\left(4+\sqrt{2}\right)q^2}{2a}$

B) $\dfrac{k\left(8+2\sqrt{2}\right)q^2}{2a}$

C) $\dfrac{k\left(16+3\sqrt{2}\right)q^2}{6a}$

D) $\dfrac{k\left(20+3\sqrt{2}\right)q^2}{6a}$

E) $\dfrac{k\left(12+3\sqrt{2}\right)q^2}{2a}$

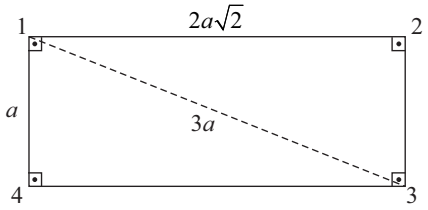
Resolução:

Considerando o processo de trazer as cargas do infinito até os vértices do retângulo como "quase-estático", a força resultante é nula.

Assim: $W^{\vec{F}_{est}} = -W^{\vec{F}_{elét}} = \Delta E_p = E_p - 0$

$$E_p = E_p^{12} + E_p^{13} + E_p^{14} + E_p^{23} + E_p^{24} + E_p^{34}$$

A energia potencial do conjunto é a soma algébricas das energias potenciais dos pares das combinações dois a dois.



$$W^{\vec{F}_{ext}} = Kq^2\left(\frac{1}{2a\sqrt{2}}+\frac{1}{3a}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a}+\frac{1}{3a}+\frac{1}{2a\sqrt{2}}\right)$$

$$W^{\vec{F}_{ext}} = \frac{kq^2}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+2+\frac{2}{3}\right)$$

$$W^{\vec{F}_{ext}} = \frac{kq^2}{6a}\left(3\sqrt{2}+16\right)$$

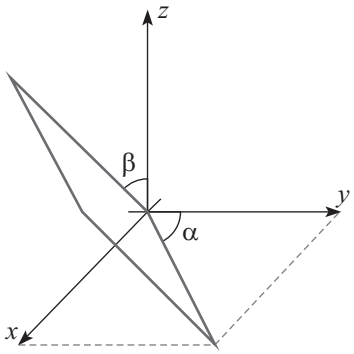
Alternativa C

Questão 18

Uma espira quadrada, feita de um material metálico homogêneo rígido, tem resistência elétrica R e é solta em uma região onde atuam o campo gravitacional $g = ge_z$ e um campo magnético

$$B = \frac{B_0}{L}\left(-xe_x + ze_z\right).$$

Inicialmente a espira encontra-se suspensa, conforme a figura, com sua aresta inferior no plano xy num ângulo α com o eixo y, e o seu plano formando um ângulo β com z. Ao ser solta, a espira tende a



A) girar para $\alpha > 0°$ se $\alpha = 0°$ e $\beta = 0°$.

B) girar para $\alpha < 45°$ se $\alpha = 45°$ e $\beta = 0°$.

C) girar para $\beta < 90°$ se $\alpha = 0°$ e $\beta = 90°$.

D) girar para $\alpha > 0°$ se $\alpha = 0°$ e $\beta = 45°$.

E) não girar se $\alpha = 45°$ e $\beta = 90°$.

Resolução:

Pode-se analisar a força magnética $\vec{F}_m$

$\vec{F}_m = i \cdot \vec{L} \times \vec{B}$

Nas arestas contidas no plano inclinado de β em relação ao eixo z:

(vetor posição) $\vec{L}_1 = L\,\text{sen}\,\beta\ \hat{e}_x + L\cos\beta\ \hat{e}_z$

$$\vec{F}_{m_1} = i \cdot \begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ L\,\text{sen}\,\beta & 0 & L\cos\beta \\ -\dfrac{B_0 x}{L} & 0 & \dfrac{B_0 z}{L} \end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_{m_1} = -B_0 ix\cos\beta \cdot \hat{e}_y - B_0 iz\,\text{sen}\,\beta \cdot \hat{e}_y$$

Para x e z iguais a L

$$\vec{F}_{m_1} = -\left(B_0 iL\cos\beta + B_0 iL\,\text{sen}\,\beta\right)\hat{e}_y$$

Na aresta oposta,

$$\vec{L}_1 = -L\,\text{sen}\,\beta\hat{e}_x - L\cos\beta\hat{e}_z$$

$$\vec{F}_{m'_1} = i\cdot\begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ -L\,\text{sen}\,\beta & 0 & -L\cos\beta \\ -\dfrac{B_0 x}{L} & 0 & \dfrac{B_0 z}{L} \end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_{m'_1} = \left(B_0 iL\cos\beta + B_0 iL\,\text{sen}\,\beta\right)\hat{e}_y$$

Nas arestas contidas no plano inclinado de α em relação ao eixo y:

$$\vec{L}_2 = L\,\text{sen}\,\alpha\hat{e}_x + L\cos\alpha\hat{e}_y$$

$$\vec{F}_{m_2} = i\cdot\begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ L\,\text{sen}\,\alpha & L\cos\alpha & 0 \\ -\dfrac{B_0 x}{L} & 0 & \dfrac{B_0 z}{L} \end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_{m_2} = B_0 iL\cos\alpha\hat{e}_x - B_0 iL\,\text{sen}\,\alpha\hat{e}_y + B_0 iL\cos\alpha\hat{e}_z$$

Para a aresta oposta:

$$\vec{L}_2' = -L\,\text{sen}\,\alpha\hat{e}_x - L\cos\alpha\hat{e}_y$$

$$\vec{F}_{m_2}' = i\cdot\begin{vmatrix} \hat{e}_x & \hat{e}_y & \hat{e}_z \\ -L\,\text{sen}\,\alpha & -L\cos\alpha & 0 \\ -\dfrac{B_0 x}{L} & 0 & \dfrac{B_0 z}{L} \end{vmatrix}$$

$$\vec{F}_{m_2}' = -B_0 iL\cos\alpha\hat{e}_x + B_0 iL\,\text{sen}\,\alpha\hat{e}_y + B_0 iL\cos\alpha\hat{e}_z$$

Somando-se as forças magnéticas das quatro arestas:

$$\underbrace{\vec{F}_{m_1} + \vec{F}_{m_1}'}_{\vec{0}} + \vec{F}_{m_2} + \vec{F}_{m_2}' = 2B_0 iL\cos\alpha\hat{e}_z$$

$$\vec{F}_{m_{res}} = 2B_0 iL\cos\alpha\hat{e}_z$$

Se as forças $\vec{F}_{m_{res}}$ e $\vec{P}$ tem a direção do eixo z, então, a única situação em que pode haver rotação, dentre as alternativas, é a C, pois nessa situação a espira pode girar em torno do eixo y.

Alternativa C

Questão 19

Um múon de meia-vida de $1{,}5\ \mu\text{s}$ é criado a uma altura de $1\ \text{km}$ da superfície da Terra devido à colisão de um raio cósmico com um núcleo e se desloca diretamente para o chão. Qual deve ser a magnitude mínima da velocidade do múon para que ele tenha 50% de probabilidade de chegar ao chão?

A) $6{,}7\times10^{7}\ \text{m/s}$

B) $1{,}2\times10^{8}\ \text{m/s}$

C) $1{,}8\times10^{8}\ \text{m/s}$

D) $2{,}0\times10^{8}\ \text{m/s}$

E) $2{,}7\times10^{8}\ \text{m/s}$

Resolução:

Como queremos que a probabilidade do múon chegar ao solo seja de 50%, ele deve gastar um tempo igual à sua meia vida, ou seja, 50% dos múons terão decaídos até lá. Mas vale lembrar que, em se tratando de velocidades próximas à da luz, o tempo medido pelo múons é um tempo próprio, enquanto a distância entre a posição de criação do múon e o solo é espaço próprio. Mas a velocidade v deve ser medida por:

$$v = \frac{L_0}{\Delta t} = \frac{L}{\Delta t_0} \quad \text{onde} \quad \begin{cases} L = \dfrac{L_0}{\gamma} \\ \Delta t = \gamma\cdot\Delta t_0 \end{cases}$$

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{1 - v^2/c^2}} \quad \text{é o fator de Lorentz}$$

$$v = \frac{L_0}{\gamma\cdot\Delta t_0}$$

$$v \cdot \gamma = \frac{L_0}{\Delta t_0} = \frac{10 \cdot 10^3}{1{,}5 \cdot 10^{-6}}$$

$$v \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2}{3} \cdot 10^9$$

$$\frac{v^2 c^2}{c^2 - v^2} = \frac{4}{9} \cdot 10^{18}$$

$$\frac{v^2 \cdot 9 \cdot 10^{16}}{9 \cdot 10^{16} - v^2} = \frac{4}{9} \cdot 10^{18}$$

$$\frac{v^2}{9 \cdot 10^{16} - v^2} = \frac{4}{81} \cdot 10^2 = 4{,}94$$

$$v^2 = 4{,}94 \cdot 9 \cdot 10^{16} - 4{,}94 v^2$$

$$5{,}94 v^2 = 4{,}94 \cdot 9 \cdot 10^{16}$$

$$v^2 = \frac{4{,}94}{5{,}94} \cdot 9 \cdot 10^{16}$$

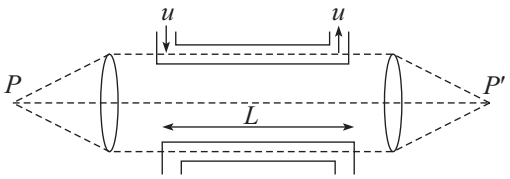
$$v = \sqrt{\frac{4{,}94}{5{,}94}} \cdot 3 \cdot 10^8 = 0{,}912 \cdot 3 \cdot 10^8$$

$$v = 2{,}74 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Alternativa E

Questão 20

Luz de uma fonte de frequência f gerada no ponto P é conduzida através do sistema mostrado na figura. Se o tubo superior transporta um líquido com índice de refração n movendo-se com velocidade u, e o tubo inferior contém o mesmo líquido em repouso, qual o valor mínimo de u para causar uma interferência destrutiva no ponto P'?



A) $\frac{c^2}{2nLf}$

B) $\frac{c^2}{2Lfn^2 - cn}$

C) $\frac{c^2}{2Lfn^2 + cn}$

D) $\frac{c^2}{2Lf\left(n^2 - 1\right) - cn}$

E) $\frac{c^2}{2Lf\left(n^2 - 1\right) + cn}$

Resolução:

No tubo inferior a luz se propagará com velocidade $v_2 = \frac{c}{n}$. No tubo superior a luz se propagará com velocidade

$$v_1 = \frac{\frac{c}{n}+u}{1+\frac{\frac{c}{n}\cdot u}{c^2}} = \frac{\frac{c}{n}+u}{1+\frac{u}{nc}} = \frac{\frac{c}{n}+u}{\frac{u+nc}{nc}}$$

$$v_1 = \frac{c^2+unc}{u+nc}$$

Haverá uma diferença nos tempos de chegada a P'. Para interferência destrutiva em P': $\Delta t = \text{impar}\cdot\frac{T}{2}$, sendo T o período da onda.

$$\Delta S_1 = v_1 t_1$$

$$L = \left(\frac{c^2+unc}{u+nc}\right)t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{L(u+nc)}{c^2+unc}$$

$$\Delta S_2 = v_2 t_2$$

$$L = \frac{c}{n}t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{nL}{c}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1$$

$$\Delta t = \frac{nL}{c} - \frac{L(u+nc)}{c(c+nu)}$$

$$\Delta t = \frac{u(n^2-1)\cdot L}{c^2+nuc}$$

$$\Delta t = \text{ímpar}\frac{T}{2}$$

$$\frac{(n^2-1)Lu}{c^2+nuc} = \text{ímpar}\cdot\frac{1}{2f}$$

$$(n^2-1)Lu\cdot 2f = c^2+nuc$$

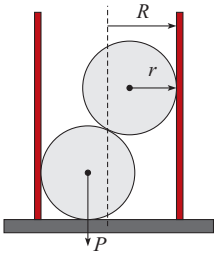
$$u\left((n^2-1)L\cdot 2f - nc\right) = c^2$$

$$u = \frac{c^2}{2(n^2-1)Lf - nc}$$

Alternativa D

Questão 21

A figura mostra um tubo cilíndrico de raio R apoiado numa superfície horizontal, em cujo interior encontram-se em repouso duas bolas idênticas, de raio $r = 3R/4$ e peso P cada uma. Determine o peso mínimo P_c do cilindro para que o sistema permaneça em equilíbrio.



Resolução:

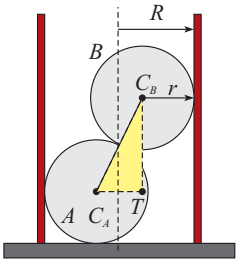
$$r = \frac{3}{4}\cdot R$$

$No\,\Delta C_A C_B T$:

$$C_A C_B = 2r$$

$$C_A T = \frac{R}{2}$$

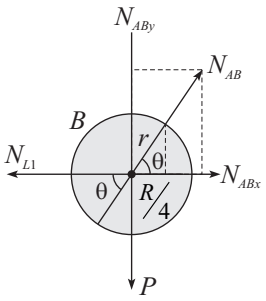
$$C_B T = d$$



$$\Rightarrow (2r)^2 = \left(R/2\right)^2 + d^2$$

$$d = R\sqrt{2}$$

Considerando a esfera B:



$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{R/4}{3R/4} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{3}.$$

$$\Rightarrow \text{sen}^2\theta + \cos^2\theta = 1.$$

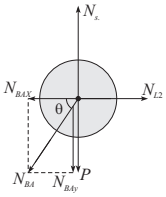
$$\text{sen}\,\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$N_{AB} \cdot \text{sen}\,\theta = P \text{ e } N_{AB} \cdot \cos\theta = N_{L_1}$$

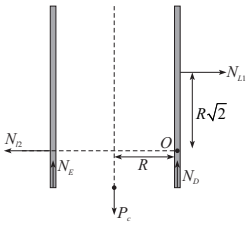
$$N_{AB} = \frac{P}{\text{sen}\,\theta} \qquad P \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = N_{L_1}$$

De modo análogo, em A:

Como $N_{BAX} = N_{ABX} \Rightarrow N_{L_2} = \dfrac{P \cdot \sqrt{2}}{4}$



No cilindro:



Quando o cilindro está na iminência de girar:

$N_E = 0$

Como N_{L_2} e N_D não geram torques, temos:

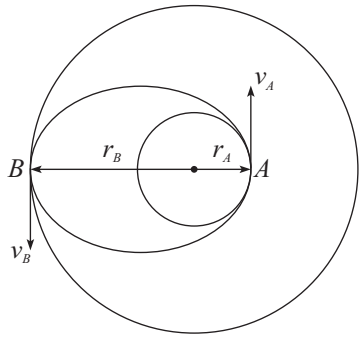
$$P_c \cdot R = N_{L_1} \cdot R\sqrt{2}$$

$$P_c = P \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \sqrt{2}$$

$$\therefore P_c = \frac{P}{2}.$$

Questão 22

Uma nave espacial segue inicialmente uma trajetória circular de raio r_A em torno da Terra. Para que a nave percorra uma nova órbita também circular, de raio $r_B > r_A$, é necessário por razões de economia fazer com que ela percorra antes uma trajetória semielíptica, denominada órbita de transferência de Hohmann, mostrada na figura. Para tanto, são fornecidos à nave dois impulsos, a saber: no ponto A, ao iniciar sua órbita de transferência, e no ponto B, ao iniciar sua outra órbita circular. Sendo M a massa da Terra; G, a constante da gravitação universal; m e v, respectivamente, a massa e a velocidade da nave; e constante a grandeza mrv na órbita elíptica, pede-se a energia necessária para a transferência de órbita da nave no ponto B.



Resolução:

No ponto B, haverá uma variação de energia cinética (devido ao impulso recebido) para alterar a velocidade de v_{B_1} (órbita elíptica) para v_{B_2} (órbita circular).

A velocidade final v_{B_2} da órbita circular será $v_{B_2} = \sqrt{\dfrac{GM}{r_B}} \Rightarrow v_{B_2}^2 = \dfrac{GM}{r_B}$.

Conservação de energia na órbita elíptica nos pontos A e B:

$$\frac{-GMm}{r_A} + \frac{mv_A^2}{2} = \frac{-GMm}{r_B} + \frac{mv_{B_1}^2}{2}.$$

Multiplicando todos os termos por $2r_A \cdot r_B$:

$$-GM \cdot 2r_B + r_A \cdot r_B\, v_A^2 = -GM \cdot 2r_A + r_A \cdot r_B\, v_{B_1}^2$$

Sabemos que $m_A v_A r_A = m v_{B_1} r_B \Rightarrow v_A^2 = \dfrac{r_B^2}{r_A^2} \cdot v_{B_1}^2$.

Substituindo:

$$r_A \cdot r_B \cdot \left(\frac{r_B^2}{r_A^2} \cdot v_{B_1}^2 \right) - r_A r_B v_{B_1}^2 = 2GM\left(r_B - r_A\right)$$

$$r_A r_B v_{B_1}^2 \cdot \left(\frac{r_B^2 - r_A^2}{r_A^2} \right) = 2GM\left(r_B - r_A\right)$$

$$\frac{r_B}{r_A} \cdot v_{B_1}^2 \left(r_B - r_A\right)\left(r_B + r_A\right) = 2GM\left(r_B - r_A\right)$$

$$v_{B_1}^2 = \frac{2r_A GM}{r_B\left(r_A + r_B\right)}$$

A variação de energia cinética no ponto B será:

$$\Delta\varepsilon = \frac{mv_{B_2}^2}{2} - \frac{mv_{B_1}^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_{B_2}^2 - v_{B_1}^2\right)$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{m}{2}\left[\frac{GM}{r_B} - \frac{2r_A GM}{r_B\left(r_A + r_B\right)} \right]$$

$$\Delta\varepsilon = \frac{GMm}{2r_B}\left(1 - \frac{2r_A}{\left(r_A + r_B\right)} \right)$$

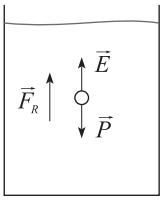
$$= \frac{GMm}{2r_B}\left(\frac{r_B - r_A}{r_B + r_A} \right)$$

Questão 23

Num copo de guaraná, observa-se formação de bolhas de CO_2 que sobem à superfície. Desenvolva um modelo físico simples para descrever este movimento e, com base em grandezas intervenientes, estime numericamente o valor da aceleração inicial de uma bolha formada no fundo do copo.

Resolução:

Um modelo simples para o movimento de bolhas no interior do corpo é supor que ela sofre somente das forças peso e empuxo. Podemos determinar sua aceleração inicial por meio da 2ª lei de Newton:



$$F_R = E - P$$
$$F_R = m \cdot a = d_g \cdot V \cdot a$$
$$E = d_L \cdot V \cdot g$$
$$P = m \cdot g = d_g \cdot V \cdot g$$

Onde d_g é a densidade do gás, d_L é a densidade do refrigerante e V o volume da bolha.

$$d_g \cdot V \cdot a = d_L \cdot V \cdot g - d_g \cdot V \cdot g$$
$$a = \frac{d_L - d_g}{d_g} \cdot g$$

Consideramos a densidade do líquido igual à da água

$$d_L = 1000\,\text{kg/ m}^3$$

Para cálculo da densidade do gás carbônico, vamos considerá-lo com um gás ideal, à temperatura de 300K.

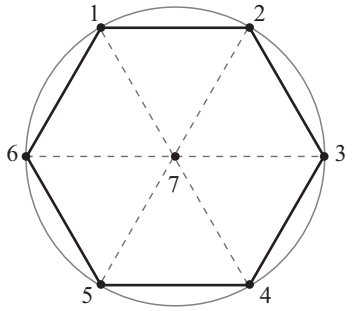
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$
$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$$
$$p \cdot M = d_g \cdot R \cdot T$$
$$d_g = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

$$d_g = \frac{1 \cdot 10^5 \cdot 44 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 300} = 1{,}76 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$
$$a = \frac{1000 - 1{,}76}{1{,}76} \cdot 10{,}0 = 5672\,\text{m/ s}^2$$

Questão 24

Uma carga q ocupa o centro de um hexágono regular de lado d tendo em cada vértice uma carga idêntica q. Estando todas as sete cargas interligadas por fios inextensíveis, determine as tensões em cada um deles.

Resolução:



Pela simetria da figura, todas as trações serão iguais. Vamos determinar a tração no fio que liga as cargas idênticas 1 e 7. A carga 1 sofre 6 forças repulsivas elétricas e a tração. As cargas 2 e 6 distam d da carga 1 e produzem forças de mesmo módulo, que chamaremos $F_{12} = F_{16}$. As cargas 3 e 5 distam $d\sqrt{3}$ da carga 1 e produzem forças elétricas repulsivas de mesmo módulo, que chamaremos $F_{13} = F_{15}$.

$$F_{12} = F_{16} = \frac{Kq^2}{d^2}$$
$$F_{13} = F_{15} = \frac{Kq^2}{3d^2}$$
$$F_{17} = \frac{Kq^2}{d^2}$$
$$F_{14} = \frac{Kq^2}{4d^2}$$

As forças F_{12} e F_{16} fazem, cada uma, um ângulo de 60° com a direção radial. Suas componentes nesta direção terão módulos iguais a $F_{12} \cdot \cos 60^o$, produzindo uma resultante radial de $2F_{12}\cos 60^o$. As componentes perpendiculares à direção radial se anulam.
De maneira analógica F_{13} e F_{15} fazem, cada uma, um ângulo 30° com a direção radial. Suas componentes nesta direção terão módulos iguais a $F_{13}\cos 30^o$, produzindo uma resultante radial de valor $2F_{13}\cos 30^o$. As componentes perpendiculares à direção radial se anulam. A tração (T) terá valor:

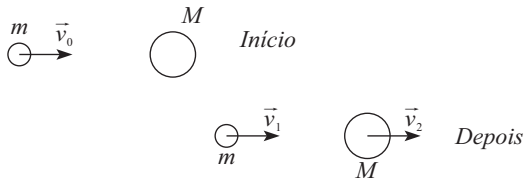
$$T = 2 \cdot F_{12} \cdot \cos 60^o + 2F_{13}\cos 30^o + F_{17} + F_{14}$$
$$T = 2 \cdot \frac{Kq^2}{d^2} \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{Kq^2}{3d^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{Kq^2}{d^2} + \frac{Kq^2}{4d^2}$$
$$T = \frac{Kq^2}{d^2} \cdot \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 + \frac{1}{4}\right)$$
$$T = \left(\frac{27 + 4\sqrt{3}}{12}\right) \cdot \frac{Kq^2}{d^2}$$

Questão 25

Nêutrons podem atravessar uma fina camada de chumbo, mas tem sua energia cinética absorvida com alta eficiência na água ou em materiais com elevada concentração de hidrogênio. Explique este efeito considerando um nêutron de massa m e velocidade v_0 que eftua uma colisão elástica e central com um átomo qualquer de massa M inicialmente em repouso.

Resolução:

Inicialmente vamos realizar o choque elástico (perfeitamente) e frontal entre o nêutron de massa m e uma partícula de massa M.



Conservação do momento linear:
$$m \cdot v_o + M \cdot O = m \cdot v_1 + M \cdot v_2 \quad (i)$$

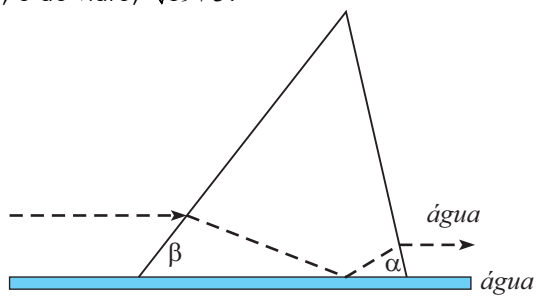
Choque perfeitamente elástico $e = 1$
$$e = \frac{|v_{\text{rel.afastamento}}|}{|v_{\text{rel.aproximação}}|} = \frac{v_2 - v_1}{v_o - 0} = 1$$
$$v_2 - v_1 = v_o \Rightarrow v_2 = v_o + v_1 \quad (ii)$$

Substituindo (ii) em (i)
$$m \cdot v_1 + M(v_o + v_1) = m \cdot v_o$$
$$(m + M) \cdot v_1 = (m - M) \cdot v_o$$
$$v_1 = \frac{m - M}{m + M} \cdot v_o$$
$$E_c^i = \frac{1}{2} m \cdot v_o^2, \quad E_c^f = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$$
$$E_c^f = \frac{1}{2} m \cdot \left(\frac{m - M}{m + M}\right)^2 \cdot v_o^2 \Rightarrow E_c^f = \left(\frac{m - M}{m + M}\right)^2 E_c^i$$

Observe que quanto mais próximos m for de M, menor o valor da energia cinéticas do nêutron. Como ele tem uma massa muito próxima à do próton (hidrogênio), seu movimento é bastante atenuado em meios onde há abundância de hidrogênio.

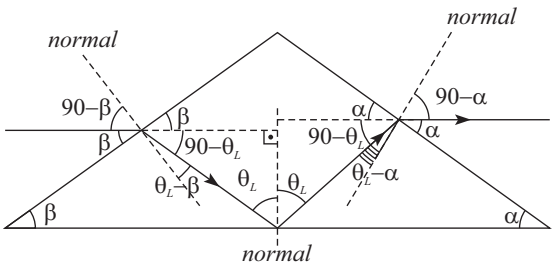
Questão 26

A base horizontal de um prisma de vidro encontra-se em contato com a superfície da agua de um recipiente. A figura mostra a seção reta triangular deste prisma, com dois de seus ângulos, α e β. Um raio de luz propaga-se no ar paralelamente à superfície da água e perpendicular ao eixo do prisma, nele incidindo do lado do ângulo β, cujo valor é tal que o raio sofre reflexão total na interface da superfície vidro-água. Determine o ângulo α tal que o raio emerja horizontalmente do prisma. O índice de refração da água é $4/3$ e, o do vidro, $\sqrt{19}/3$.



Resolução:

Admitindo que o ângulo de reflexo total na água é aproximadamente o ângulo limite (θ_L) para o dioptro vidro-água:



Cálculo do ângulo limite:

$$\operatorname{sen}\theta_L = \frac{n_{água}}{n_{vidro}} = \frac{4/3}{\sqrt{19}/3} = \frac{4}{\sqrt{19}}$$

Logo: $\cos\theta_L = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$.

Aplicando a lei de Snell na 1ª face:

$$n_{iR}\cdot\operatorname{sen}(90-\beta) = n_{vidro}\cdot\operatorname{sen}(\theta_L-\beta)$$

$$1\cdot\cos\beta = \frac{\sqrt{19}}{3}\cdot(\operatorname{sen}\theta_L\cdot\cos\beta - \operatorname{sen}\beta\cdot\cos\theta_L)$$

$$\cos\beta = \frac{\sqrt{19}}{3}\cdot\frac{4}{\sqrt{19}}\cdot\cos\beta - \frac{\sqrt{19}}{3}\cdot\operatorname{sen}\beta\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{19}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{sen}\beta = \frac{4}{3}\cos\beta - \cos\beta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}\operatorname{sen}\beta = \frac{1}{3}\cos\beta$$

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\beta = 30^\circ$$

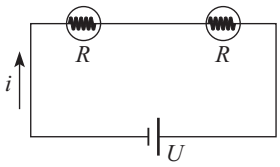
Pela simetria da figura (e das equações), concluímos que $\alpha = \beta = 30^\circ$.

Questão 27

Morando em quartos separados e visando economizar energia, dois estudantes combinam de interligar em série cada uma de suas lâmpadas de $100\,W$. Porém, verificando a redução da claridade em cada quarto, um estudante troca a sua lâmpada de $100\,W$ para uma de $200\,W$, enquanto o outro também troca a sua de $100\,W$ para uma $50\,W$. Em termos de claridade, houve vantagem para algum deles? Por quê? Justifique quantitativamente.

Resolução:

Considerando R a resistência da lâmpada de 100W, temos inicialmente a seguinte situação:



$$i = \frac{U}{2R}$$

Potência em cada lâmpada de 100W pode ser dado por:

$$Pot = R \cdot i^2 = R\left(\frac{U}{2R}\right)^2 = \frac{U^2}{4R}$$

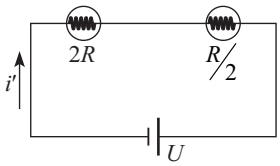
• Resistência na lâmpada de 200W

$$\frac{Pot_{200}}{Pot_{100}} = \frac{U^2/R_{200}}{U^2/R_{100}} \Rightarrow 2 = \frac{R}{R_{200}} \qquad R_{200} = \frac{R}{2}$$

• Resistência na lâmpada de 50W

$$\frac{Pot_{50}}{Pot_{100}} = \frac{U^2/R_{50}}{U^2/R_{100}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{R}{R_{50}} \qquad R_{50} = 2R$$

Situação final



$$i' = \frac{2U}{5R}$$

Potência na lâmpada de 200W:

$$Pot = \left(\frac{R}{2}\right)\left(\frac{2U}{5R}\right)^2 = \frac{2U^2}{25R}$$

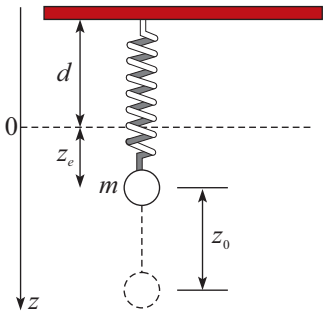
Potência na lâmpada de 50W:

$$Pot = (2R)\left(\frac{2U}{5R}\right)^2 = \frac{8U^2}{25R}$$

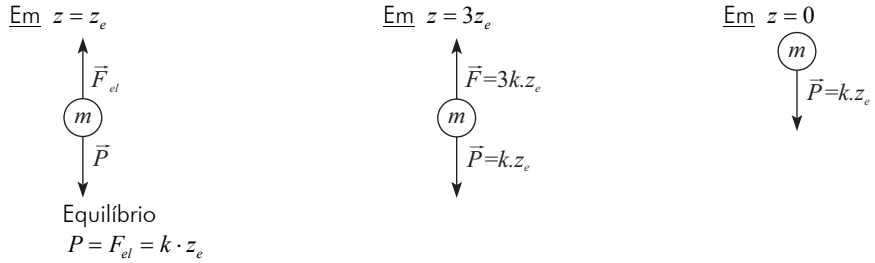
Houve vantagem para aquele que trocou a lâmpada para de 50W pois sua potência é maior que na situação inicial.

Questão 28

Uma massa m suspensa por uma mola elástica hipotética, de constante de mola k e comprimento d, descreve um movimento oscilatório de frequência angular $w = \sqrt{k/m}$ quando ela é deslocaria para uma posição $z_0 = 2z_e$, abaixo de sua posição de equilíbrio em $z = z_e$, e solta em seguida. Considerando nula a força da mola para $z < 0$, determine o período de oscilação da massa e os valores de z entre os quais a mesma oscila.



Resolução:



$$Ep = Ep_{el} - Ep_G$$

$$Ep = \frac{k(3z_e)^2}{2} - kz_e \cdot 3z_e$$

$$Ep = \frac{9}{2}kz_e^2 - 3kz_e^2$$

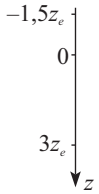
$$Ep = \frac{3}{2}kz_e^2 \text{ em } z = 0 .$$

Para $z < 0$

$$Ep = Ep_G$$

$$\frac{3}{2}kz_e^2 = kz_e h$$

$$h = 1{,}5z_e$$



Os valores de z, entre os quais a massa m oscila, são $-1{,}5z_e$ e $3{,}0z_e$.

Período da parte de lançamento $(z < 0)$

$$\Delta S = \frac{at^2}{2}$$

$$1{,}5z_e = \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{3z_e}{g}}$$

em $z = z_e$

$$P = F_{el} \rightarrow m.g = k \cdot z_e$$

$$g = \frac{k \cdot z_e}{m}$$

ida e volta

$$t_t = 2\sqrt{\frac{3z_e}{g}} \Rightarrow t_t = 2\sqrt{\frac{3 \cdot z_e \cdot m}{k \cdot z_e}} \Rightarrow t_t = 2\sqrt{\frac{3m}{k}}$$

Período da parte de $M.H.S(z > 0)$

do $M.H.S: x = A \cdot \cos(w \cdot t')$

$$A = 2z_e \Rightarrow x = 2z_e \cos(w \cdot t')$$

$$x_{\text{inicial}} = 2z_e \Rightarrow t'_{\text{inicial}} = 0$$

$$x_{\text{final}} = -z_e \Rightarrow -z_e = 2z_e \cos(w \cdot t')$$

$$\cos(w \cdot t') = -\frac{1}{2} \Rightarrow w \cdot t' = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow t' = \frac{2\pi}{3w}$$

Ida e volta: $t'_t = \frac{2 \cdot 2\pi}{3w} \Rightarrow t'_t = \frac{4\pi}{3w}$

Período total

$$T = t_t + t'_t$$

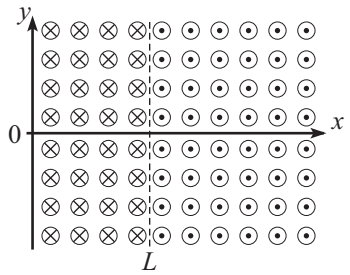
$$T = 2\sqrt{\frac{3m}{k}} + \frac{4\pi}{3w}$$

$$T = 2\sqrt{3}\sqrt{\frac{m}{k}} + \frac{4\pi}{3w}$$

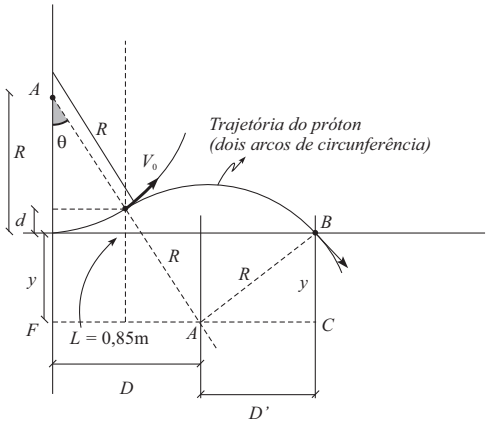
$$T = \left(2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}\right)\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Questão 29

Um próton com uma velocidade $v = 0.80 \times 10^7 e_x$ m/s move-se ao longo do eixo x de uma referencial, entrando numa região em que atuam campo de indução magnéticos. Para x de 0 a L, em que $L = 0{,}85\text{m}$, atua um campo de intensidade $B = 50\,\text{mT}$ na direção negativa do eixo z. Para $x > L$, um outro campo de mesma intensidade atua na direção positiva do eixo z. Sendo a massa do próton de $1{,}7 \times 10^{-27}\,\text{kg}$, e sua carga elétrica de $1{,}6 \times 10^{-19}\,\text{C}$, descreva a trajetoría do próton e determine os pontos onde ele cruza a reta $x = 0{,}85$ m e a reta $y = 0$ m.



Resolução:



I) Cálculo de R

$$F_c = F_m \Rightarrow R = \frac{mV}{qB} = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27} \cdot 0{,}8 \cdot 10^7}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 1{,}7m$$

II) Cálculo de θ

$$\text{sen}\,\theta = \frac{L}{R} = \frac{0{,}85}{1{,}7} = 0{,}5 \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

III) Cálculo de d

$$\cos\theta = \frac{R-d}{R} \Rightarrow d = R(1-\cos\theta)$$

$$\Rightarrow d = 0{,}23\,\text{m}$$

O próton cruza a reta $x = 0{,}85\,\text{m}$ em $d = 0{,}23\,\text{m}$.

No triângulo ABC da figura: $R^2 = y^2 + D'^2$

Mas no triângulo ADF, temos: $\cos\theta = \dfrac{R+y}{2R} \Rightarrow 1{,}73R = R + y$

$y = 0{,}73R \Rightarrow y = 1{,}24\,\text{m}$

Como: $R^2 = y^2 + D'^2$

$D'^2 = 1{,}7^2 = 1{,}24^2$

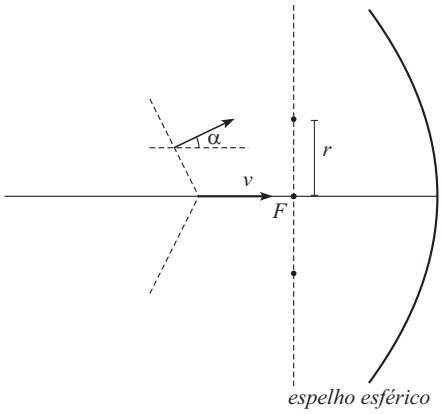
$D'^2 = 1{,}36$

$D' = 1{,}16\,\text{m}$

Assim, o próton cruza a reta $y = 0$ em $D + D' = 1{,}7 + 1{,}16 = 2{,}86\,\text{m}$

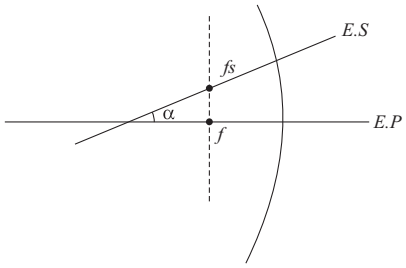
Questão 30

Uma partícula eletricamente carregada move-se num meio de índice de refração n com uma velocidade $v = \beta c$, em que $\beta > 1$ e c é a velocidade da luz. A cada instante, a posição da partícula se constitui no vértice de uma frente de onda cônica de luz por ela produzida que se propaga numa direção α em relação à da trajetória da partícula, incindindo em um espelho esférico de raio R, como mostra a figura. Após se refletirem no espelho, as ondas convergem para um mesmo anel no plano focal do espelho em F. Calcule o ângulo α e a velocidade v da partícula em função de c, r, R e n.



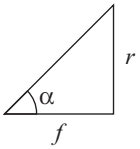
Resolução:

Considerando o eixo secundaria $E \cdot S$, temos



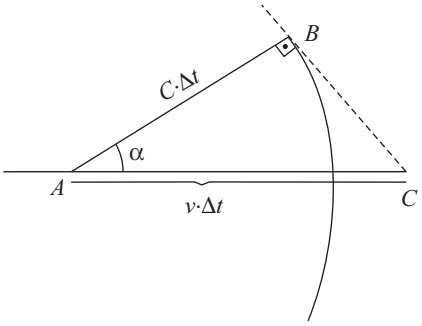
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{r}{f} = \frac{r}{R/2} = \frac{2r}{R}$$

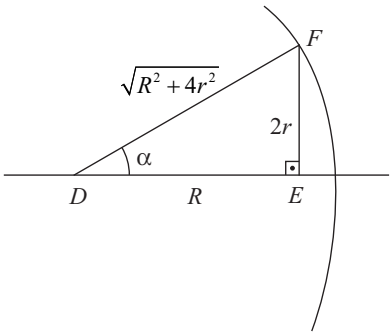
$$\alpha = \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{2r}{R}\right)$$



Como $\alpha \cong \dfrac{2r}{R}$

Velocidade da partícula





Fazendo semelhança nos triângulos ABC e DEF, temos

$$\frac{v \cdot \Delta t}{c \cdot \Delta t} = \frac{\sqrt{R^2+4r^2}}{R} \qquad v = \frac{c}{R}\sqrt{R^2+4r^2}$$

OBS: Na questão, a velocidade "c" fornecida deve ser entendida como a velocidade da luz no dado meio. Observe que no resultado temos $v > c$, o que pode ser verificado através do experimento de Cherenkov.

α é pequeno podemos considerar

Física
Anderson
André Villar
Cleiton
Marcos Fernandes
Moisés
Vinícius Miranda
Wesley

Colaboradores
Aline Alkmin
Fernanda Chaveiro
Igor Macedo
Isabela
Joathan Morais
Matheus Cavalcanti
Paulo Adorno
Thiago

Digitação e Diagramação
Daniel Alves
João Paulo
Valdivina Pinheiro

Desenhistas
Luciano Lisboa
Rodrigo Ramos
Vinicius Ribeiro

Projeto Gráfico
Vinicius Ribeiro

Assistente Editorial
Valdivina Pinheiro

Supervisão Editorial
José Diogo
Leandro Bessa
Rodrigo Bernadelli
Marcelo Moraes

Copyright©Olimpo2015

*A **Resolução Comentada** das provas do ITA poderá ser obtida diretamente no*

OLIMPO** Pré-Vestibular, ou pelo telefone **(62) 3088-7777

As escolhas que você fez nessa prova, assim como outras escolhas na vida, dependem de conhecimentos, competências, conhecimentos e habilidades específicos. Esteja preparado.

www.grupoolimpo.com.br

opirus EDITORA

olimpo